Chapitre 1 – Nombres Relatifs

1- Quelques rappels

a) a est positif se traduit par : $a \geq 0$.

a est négatif se traduit par : $a \leq 0$.

b) L'opposé d'un nombre a se note $(-a)$.

c) * Si deux nombres sont opposés, alors leur somme est nulle.

Pour tout nombre a : $a + (-a) = 0$.

* Si la somme de deux nombres est nulle, alors ils sont opposés.

Soit deux nombres a et b : si $a + b = 0$ alors $b = -a$.

d) Soustraire un nombre revient à ajouter l'opposé de ce nombre.

Pour tous nombres a et b : $a - b = a + (-b)$

e) Suppression des parenthèses

Soit A un nombre relatif et b la distance à 0 d'un nombre relatif.

$A + (+b) = A + b$	$A - (+b) = A - b$
$A + (-b) = A - b$	$A - (-b) = A + b$

2- Multiplication

a) Produit de deux nombres

Propriété (admise)

* Le produit de deux nombres de même signe est un nombre positif.
Le produit de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif.

* La distance à 0 du produit de deux nombres est égale au produit des distances à 0 des deux facteurs.

Exemples

* Soit $A = (-4) \times (-5)$

A est le produit de deux nombres de même signe donc A est positif.

Par ailleurs, la distance à 0 de A est égale à : $4 \times 5 = 20$

Par conséquent : $A = +20$

* Soit $B = (-6) \times (+3)$

B est le produit de deux nombres de signes contraires donc B est négatif.

Par ailleurs, la distance à 0 de B est égale à : $6 \times 3 = 18$

Par conséquent : $B = -18$

b) Produit de plusieurs nombres

Propriété (admise)

* Le produit d'un nombre pair de facteurs négatifs est positif.
  Le produit d'un nombre impair de facteurs négatifs est négatif.

* La distance à 0 d'un produit est égale au produit des distances à 0 de ses facteurs.

Remarque

Le signe d'un produit ne dépend donc pas du nombre de facteurs positifs.

Exemples

* Soit $C = (+5) \times (-4) \times (-2) \times (-1) \times (+2)$
  C est un produit qui contient **exactement trois** facteurs négatifs : il est donc négatif.
  Par ailleurs, sa distance à 0 est égale à : $5 \times 4 \times 2 \times 1 \times 2 = 80$.
  Par conséquent : $C = -80$

* Soit $D = (-2) \times (-1) \times (-3) \times (-1) \times (+10)$
  D est un produit qui contient **exactement quatre** facteurs négatifs : il est donc positif.
  Par ailleurs, sa distance à 0 est égale à : $2 \times 1 \times 3 \times 1 \times 10 = 60$.
  Par conséquent : $D = +60$

c) Carré d'un nombre

Propriété

Le carré d'un nombre relatif est toujours positif.

Démonstration

Soit a un nombre relatif.

Son carré est : $a^2 = a \times a$, produit de deux nombres égaux donc de même signe.

Or le produit de deux nombres de même signe est positif.

Donc a^2 est positif. **CQFD !**

3- Division

Propriété (admise)

* Le quotient de deux nombres de même signe est un nombre positif.
  Le quotient de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif.

* La distance à 0 du quotient de deux nombres est égale au quotient des distances à 0 de ces deux nombres.

4 - Expressions Numériques

a) Priorités opératoires

* Parenthèses.
* Puissances.
* Produits et quotients dans l'ordre du calcul.
* Sommes et différences dans l'ordre du calcul.

b) Propriétés

* L'opposé d'une somme est égal à la somme des opposés.

Autrement dit

Pour tout nombre a et tout nombre b : $-(a+b)=-a-b$

Démonstration

Soit : $A=a+b$ et $B=-a-b$.

On calcule : $B+A=-a-b+a+b=0$.

Comme la somme de A et de B est nulle, A et B sont opposés.

Par conséquent : $B=-A$.

Et donc : $-a-b=-(a+b)$ **CQFD !**

* « Multiplier un nombre par (-1) » revient à « prendre son opposé ».

Autrement dit

Pour tout nombre a : $(-1)\times a=-a$

Démonstration

Soit : $A=(-1)\times a$.

On calcule : $A+a=(-1)\times a+a$

Or : $a=1\times a$

Donc : $A+a=(-1)\times a+1\times a$

En factorisant, on obtient : $A+a=(-1+1)\times a=0\times a=0$

Comme la somme de A et de a est nulle, A et a sont opposés.

Par conséquent : $A=-a$.

Et donc : $(-1)\times a=-a$ **CQFD !**